ШИФР
(не заполнять)

013956

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

Олимпиадная работа по математике (указать предмет) вариант 1

Выполнил (а)

Фамилия: Еремина

Имя: Ирина

Отчество: Вадимовна

Класс: 9

Наименование школы: МАОУ СОШ №50

Город (село): г. Томск

Область: Томская обл.

Площадка проведения: ТГУ

Сирота: нет (указать да/нет) Инвалид: нет (указать да/нет, если да, указать вид: зрение, слух, опорно-двигательный аппарат) _____

Дата рождения: 9 / 11 / 2000

Контактный телефон: +7 913 826 72 17

E-mail: irina.e2000@mail.ru

vk.com/ id320223967

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e – mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись _____

ШИФР 013956

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

1	2	3	4	5	Σ
7	8	0	10	–	25

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

№1.

Дано:

S - путь
I - 1 день
II - 2 день
III - 3 день
ост. - осталось
Пусть весь путь = x.

	S, км
I	$0,2x+2$
II	$0,5(x-I)+1$
III	$0,25(x-I-II)+3$
ост.	18

Найти: $x-?$ ($S_{весь}$)

Решение:

$II = 0,5(x-0,2x-2)+1 = 0,4x-1+1 = 0,4x.$

$III = 0,25(x-0,2x-2-0,4x)+3 = 0,25(0,4x-2)+3 = 0,1x-0,5+3 =$
$= 0,1x+2,5$

$S_{ост} = S_{весь} - S_1 - S_2 - S_3$; подставим значения:

$x-(0,2x+2)-0,4x-(0,1x+2,5)=18;$

$x-0,2x-2-0,4x-0,1x-2,5=18;$

$0,3x=22,5;$

$x=75.$

$S_{весь} = 75$ км.

Ответ: 75 км.

№2.

Пусть a - цифра десятков, b - цифра единиц. Тогда двузначное число $= 10a+b$. Если между цифрой десятков и цифрой единиц поставить 0, то получим 3-х значное число, т.е. $100a+b$.

По условию: $100a+b = 6(10a+b);$

$100a+b = 60a+6b;$

$40a = 5b;$

$a = \frac{1}{8}b.$ $\Rightarrow$ условию удовлетворяют числа, в которых число десятков в 8 раз меньше числа единиц.

Числа a и b - натуральные, но $a<10$ и $b<10$.

Пусть $a=1$, тогда $b=8$. $10\cdot 1+8=18.$

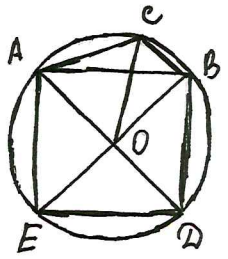
$100\cdot 1+8=108.$

Проверим: $18\cdot 6 = 108$. Эти a и b удовлетворяют условию.

Пусть $a = 2$, тогда $b = 16$, но $16 > 10$.
При остальных $a; b$ также будет > 10. $\Rightarrow$
единственно верное решение — 18.

Ответ: 18.

№ 4.



Дано:
$\triangle ABC$
$\angle C = 135°$
$ABDE$ — квадрат
O — центр квадр.
$AB = 10$
Найти: OC — ?

Решение:
Диагонали квадрата — биссектрисы $\Rightarrow$
$\angle ADB = \frac{1}{2}\angle EDB = 45°$;
$\angle ACB = 135°$;
$\angle ACB + \angle ADB = 180° \Rightarrow$ около четырехугольника $ACBD$ можно описать окр-ть
$\angle ABD = 90°$, вписанный $\Rightarrow \smile AED = 180° \Rightarrow$
AD — диаметр окр-ти. и O — центр окр-ти (диагонали квадрата точкой пересечения делятся пополам $\Rightarrow AO = OD$).
Точка C лежит на окр-ти, O — центр $\Rightarrow$
OC — радиус.
Но AO и OB тоже радиусы $\Rightarrow OC = AO = OB$
$\angle AOB = 90°$ (диагонали квадрата $\perp$ друг другу)
AB — основание.
$AO = OB$ — катеты.
Пусть $AO = OB = a$, а $AB = c$
По теореме Пифагора:
$a^2 + a^2 = c^2$; $2a^2 = c^2$
Подставим $AB = 10$:
$2a^2 = 10^2$; $2a^2 = 100$; $a^2 = 50$; $a = \sqrt{50}$;
$a = 5\sqrt{2}$.
$OC = AO = OB = 5\sqrt{2}$.
Ответ: $5\sqrt{2}$.

№ 3.

$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$
Пусть $x = 0$, а y и z — наименьшие натуральные числа, т. е. $y = 1, z = 2$.
Тогда: $0^2 + 1^2 + 2^2 \geq 0 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 2 \cdot 1$;
$1 + 4 \geq 2$;
$5 \geq 2$.
Пусть $x = 10$, $y = 2$, $z = 7$: $10^2 + 2^2 + 7^2 \geq 10 \cdot 2 + 10 \cdot 7 + 2 \cdot 7$;
$153 \geq 104$.
Т. е. при любых натуральных числах это выражение ве...

Пусть $x=0,2$, $y=1,2$, $z=0,5$. $(0,2)^2+(1,2)^2+(0,5)^2 \geq 0,2\cdot 1,2+0,2\cdot 0,5+1,2\cdot 0,5$;

$1,73 \geq 0,94$.

Т.е. для десятичных дробей это выражение также верно.

Пусть $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{8}$, $z=\frac{3}{4}$. $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{8}\right)^2+\left(\frac{3}{4}\right)^2 \geq \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{8}\cdot\frac{3}{4}$;

$\frac{53}{64} \geq \frac{34}{64}$.

И для обыкновенных дробей это выражение является верным

А при $x<0$, или $y<0$, или $z<0$, выражение также будет верным, т.к. если $x<0$, то $x^2>0$.

Таким образом выражение $x^2+y^2+z^2 \geq xy+xz+yz$ при любых значениях переменных является верным. ч. т. д.