Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

019224

Шифр

# ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

| | | |
|---|---|---|
| 1. | Предмет | МАТЕМАТИКА |
| 2. | Вариант | I |
| 3. | Класс | II |
| 4. | Фамилия | КРИВОШЕЙ |
| | Имя | ИГОРЬ |
| | Отчество | ДМИТРИЕВИЧ |
| 5. | Дата рождения | 29 (Число) 04 (Месяц) 2001 (Год) |
| 6. | Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)* | Новосибирская обл. |
| 7. | Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)* | РАБОЧИЙ ПОСЕЛОК |
| 8. | Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)* | КРАСНОЗЕРСКОЕ |
| 9. | Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь | МКОУ Краснозерская СОШ №2 |

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

*Личная подпись* _____

Шифр 019224

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|---|---|---|---|
| 19 | 30.03.19 | Корякина Е.Е. | |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 7 | 7 | 0 | 0 | 19 |

N 1

$\sqrt{2018 - \sqrt{2019 \cdot 2017}} + \sqrt{2016 - \sqrt{2017 \cdot 2015}} + \ldots + \sqrt{2 - \sqrt{3 \cdot 1}}$.

Выделяем квадрат в последнем слагаемом:

$\sqrt{2 - \sqrt{3 \cdot 1}} = \sqrt{\frac{3}{2} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{1} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{1} + 1}{2}}^2 =$

$= \sqrt{\frac{(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{1} + (\sqrt{1})^2}{2}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3} - \sqrt{1})^2}{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{1}}{\sqrt{2}}$

Таким же образом: $\sqrt{2018 - \sqrt{2019 \cdot 2017}} =$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{2019} - \sqrt{2017})$ и т.д.

$\sqrt{2018 - \sqrt{2019 \cdot 2017}} + \sqrt{2016 - \sqrt{2017 \cdot 2015}} + \ldots + \sqrt{2 - \sqrt{3 \cdot 1}} =$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{2019} - \sqrt{2017} + \sqrt{2017} - \sqrt{2015} + \sqrt{2015} - \sqrt{2013} + \ldots - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{2019} - 1) = \frac{\sqrt{4038} - \sqrt{2}}{2}$

Ответ: $\frac{\sqrt{4038} - \sqrt{2}}{2}$

N 2.

$f(x) = 2\cos 2x + 2\cos x - 2019$

$F(t) = 2(2t^2 - 1) + 2t - 2019$

$\begin{cases} \cos 2x = 2\cos^2 - 1 \\ \cos x = t \\ -1 \le t \le 1 \end{cases}$

Шифр 019224

$$\begin{cases} F(t) = 4t^2 + 2t - 2021 \\ -1 \le t \le 1 \end{cases}$$

$4t^2 + 2t - 2021$ – квадр. функция, график ~~вет~~ парабола, ветви вверх ↑.

$t_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot 4} = -\frac{1}{4}$

$f(t_0) = 4 \cdot \frac{1}{16} - 2 \cdot \frac{1}{4} - 2021 = -2021\frac{1}{4}$

$f(-1) = 4 - 2 - 2021 = -2019$

$f(1) = 4 + 2 - 2021 = -2015$

На промежутке $[-1; 1]$ область значения $f(t) : [-2021\frac{1}{4}; -2015]$

Целые значения: $-2015, -2016, -2017, -2018, -2019, -2020, -2021$

В эту область входит 7 целых значений.

Ответ: 7

№3

$$\begin{cases} xy + 5yz - 6xz = -22 \\ 2xy + 9yz - 9xz = -132 \\ yz - 2xz = 62 \end{cases}$$

Пусть: $xy = a$

$yz = b$

$xz = c$

$$\begin{cases} a + 5b - 6c = -22 \mid \cdot 2 \\ 2a + 9b - 9c = -132 \\ b - 2c = 62 \end{cases}$$

Шифр 019224

$$\begin{cases} 2a+10b-12c=-4z \\ 2a+9b-9c=-12z \\ b-2c=6z \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+5b-6c=-2z \\ -b+3c=8z \\ b-2c=6z \end{cases} \quad + \qquad \begin{cases} a+5b-6c=-2z \ (1) \\ -b+3c=-8 \ (2) \\ c=-2z \ (3) \Rightarrow \end{cases}$$

$\Rightarrow xz=-2z$

$z(x+1)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ z=0 \end{array}\right.$

1) $\begin{cases} x=-1 \\ z\neq 0 \end{cases} \Rightarrow$ Вычислим (2) $\quad -yz+3xz=-8z$

$y=3x+8$

$y=-6+8=2$ ~~$y=8z$~~

$\boxed{y=2}$

2) Выполним замену в (1) $\quad xy+5yz-6xz=-2z$

$-4+10z+12z=-2z$

$24z=4 \quad \boxed{z=\frac{1}{6}}$

При $z\neq 0 \ \left(-1;2;\frac{1}{6}\right)$

Если $z\neq 0$, то

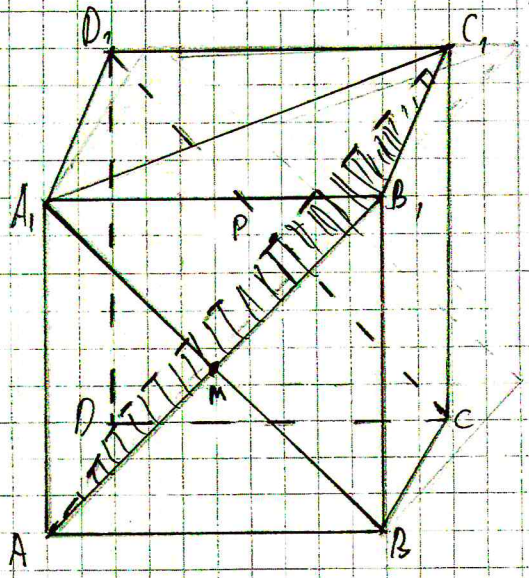
$x\cdot y=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y\in R \end{cases} \\ \begin{cases} x\in R \\ y=0 \end{cases} \end{array}\right.$

Ответ: $(0;R;0)$; $(R;0;0)$, где $R$ - любое действительное число; $\left(-1;2;\frac{1}{6}\right)$

X

Шифр 019224

№ 5




Дано: куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$,
плоскость $\alpha \perp A_1C_1 \in D_1, B_1, DB$
плоскость $\beta \parallel CD_1$

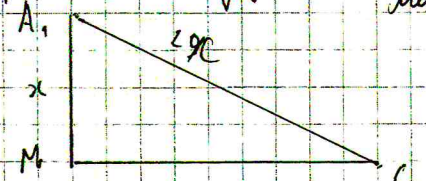
Найти: геометрическое место прямых, которые $\perp \beta$ и проходят через $P$ – середину $DC_1$.

Найти: наименьший угол между $\alpha$ и $\beta$.

Решение

Найдем геом. место прямых, которые $\perp \beta$ и проходят через $P$ (середину $CD_1$) $\Rightarrow$ (это плоскость) $\Rightarrow$ $C_1B_1AD$. док-во?

Т.к. угол между не плоскостями равен $\perp$ к этим плоскостям, то найдем минимальный угол между $A_1C_1$ и плоскостью $C_1B_1AD$, а это угол между $A_1C_1$ и $C_1B$; $AD$, угол $A_1C_1M$, где $M$ – середина $A_1B$. ?




Пусть $A_1M = x$, а $A_1C_1 = 2x$, то

Если $\angle A_1C_1M = 30^\circ$

док-во.

Ответ: $30^\circ$.

№ 4.

Пусть $\begin{cases} 10^{15} \le \alpha < 10^{\delta} \\ \delta \in N \end{cases} \Rightarrow \alpha \in A$

Шифр 019224

Условие 1:

$d = n^2$, $n \in \mathbb{N}$

Пусть $0 \le x \le 9$, последняя цифра числа $n \Rightarrow n = k \cdot 10 + x$, $k \in \mathbb{N}$

$d = n^2 = (10k + x)^2 = 100k^2 + 20kx + x^2 = 20(k^2 \cdot 5 + kx) + x^2$

Т.к. число $20(k^2 \cdot 5 + kx)$ оканчивается на 0 и имеет четное число десятков (либо 0) $\Rightarrow$ чтобы выполнялось условие $d$, надо: в числе $d$ - число десятков 1, нужен 0, чтобы в числе $x^2$ было четное число десятков.

$0^2 = 0$
$1^2 = 1$
$2^2 = 4$
$3^2 = 9$
$4^2 = 16$
$5^2 = 25$
$6^2 = 36$
$7^2 = 49$
$8^2 = 64$
$9^2 = 81$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 10k + 4 \\ n = 10k + 6 \end{cases} \Rightarrow$ число $n$ - четное $\Rightarrow$

$\Rightarrow d = n^2$ - четное

$10^4 \cdot 10 \le n^2 < 10^{12}$

$10^7 \sqrt{10} \le n < 10^{6}$, т.к. $10^7 \sqrt{10} < 4 \cdot 10^7$, то $4 \cdot 10^7 \le n < 10^8$

В этом промежутке $\frac{10^8 - 4 \cdot 10^7}{100} = 6 \cdot 10^5$ - сотен последовательных натуральных чисел, т.к. в каждой сотне может найтись четное число $d \in A$, то кол-во этих чисел не меньше, чем $4 \cdot 6 \cdot 10^5 > 10^6$, ч.т.д.

I